



Instituto Principia
Academia da Escola de Talentos

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

O “brilhante” buraco negro: radiação Hawking

Turma 2021 Hiperposição dos Charms

Autor:

Carlos Eduardo Mitjans Pereira Neves

Orientador

Prof Dr Samuel Rocha

Carlos Eduardo Mitjans Pereira Neves

PB Colégio e Curso

O “brilhante” buraco negro: radiação Hawking

Orientador: prof. Ph.D. Samuel Rocha de Oliveira

São Paulo

2023

Agradecimentos

Agradeço ao meu pai, Carlos Alberto, e à minha mãe, Elizabeth, pelo carinho, atenção e amor com que me tratam todos os dias, e pela amizade zelosa e ímpar a qual me sinto impelido, todos os dias, a retribuir.

Agradeço à familiares e amigos, a cujo apoio e suporte dedico minha mais sincera gratidão.

Agradeço ao Banco Stark, cujo suporte financeiro na forma de bolsas, patrocínio às atividades da escola de talentos e presentes aos alunos tornam-no verdadeiro patrono das ciências. Gratidão!

Agradeço aos professores Ricardo Matheus, Leonardo de Lima e Marcelo Guzzo cujas brilhantes primeiras orientações ajudaram-me a expandir-me, tanto como cientista, quanto como pessoa.

Ao professor Fabrício Marques, cuja paciência estoica ao longo de diversas monitoria ajudou a elevar minha curiosidade pelo assunto, minha mais sincera gratidão. Acreditem, o nível deste “senhor” é fantástico.

Ao sr. Rafael Stark, agradecimentos à exemplar figura, cuja inspiração certamente não nos deixara tão cedo.

Agradeço ao meu caro orientador, prof.º dr. Samuel Rocha, a cuja paciência devo o grande prazer de ser introduzido em uma das mais fantásticas áreas da física; aos meus queridos mestres, prof.º Anderson Fonseca, prof.º dr. Ramaton Ramos, prof.º Antônio José e prof.º dr. Sérgio Golveia, agradecimentos pelas incontáveis horas de discussões que contribuíram para facilitar tremendamente a construção desta obra. É de meu entender que tratam-se todos de verdadeiros gênios, com os quais a honra de compartilhar o mesmo espaço e tempo (ou espaço-tempo?) certamente deixará uma marca profunda em minha carreira. Gratidão!

Agradecimentos ao prof.º Nelson Seckler, pela inigualável revisão feita do *abstract* e pelas fantásticas e dinâmicas lições de inglês que carregarei pelo resto da vida.

Agradecimentos à professora Jussara Quarteau, a cuja orientação durante a quarta e quinta série devo integralmente minha paixão às ciências e às artes.

Finalmente, e não menos importante, agradeço à Deus pela criação de um Universo tão belo; e por tê-lo criado na língua matemática, e não em outra língua mais complicada, como alemão.

Sumário

1. Introdução -----
2. As falhas -----
3. O “re-renascimento” da física -----
4. Modelagens mais sofisticadas -----
5. Efeito Unruh e Radiação Hawking -----
6. Conclusão -----

Resumo

Esta monografia explora a interação entre a teoria da relatividade geral e a teoria quântica de campos em espaços-tempos levemente curvos, com foco no fenômeno da radiação Hawking. A radiação Hawking, um caso particular do efeito Unruh, é a emissão teórica de radiação térmica por buracos negros, desafiando o conceito clássico de que nada pode escapar de um buraco negro. Este fenômeno sugere que um buraco negro pode perder massa e eventualmente desaparecer, levantando questões sobre o destino da informação que caiu dentro dele. A monografia traça a evolução do nosso entendimento da gravidade, desde as primeiras concepções gregas até as teorias modernas, e apresenta uma descrição matemática da radiação Hawking e do efeito Unruh. A discussão sobre o paradoxo da perda de informação destaca as questões ainda não resolvidas na busca por uma teoria da gravitação quântica.

Palavras-chaves: relatividade geral, teoria quântica de campos, gravidade, inércia, energia, espaço-tempo, efeito Unruh, radiação Hawking, desenvolvimento histórico;

Abstract

This monograph explores the interaction between the theory of general relativity and quantum field theory in slightly curved space-time, with the main focus being the phenomenon of Hawking radiation. Hawking radiation, a particular case of the Unruh effect, is the theoretical emission of thermal radiation by black holes, challenging the classical concept that nothing could escape a black hole. This phenomenon suggests that a black hole can lose mass and eventually disappear, raising concerns over the destiny of the information that fell in it – a dilemma known as the information loss paradox. The monograph traces the evolution of our understanding of gravity, from the first Greek conceptions to the modern theories, and presents a mathematical description of Hawking radiation and the Unruh effect. The discussion of the information loss paradox highlights the unsolved questions in the search of a unified theory of quantum gravity.

Keywords: General Relativity, Quantum Field Theory, Gravity, Inertia, Energy, Spacetime, Unruh effect, Hawking radiation, Historical Development;

1. Introdução

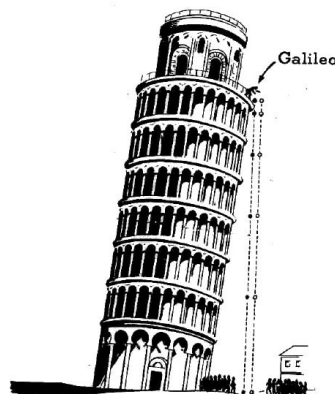
Aristóteles, filósofo grego do século IV a.C., respondeu a essa pergunta em seu livro “Física” com o conceito de “lugar natural”, ao qual cada corpo tenderia; ou seja, uma pedra lançada ou não ao chão a ele retornaria por este ser seu lugar natural. Também de acordo com Aristóteles, a taxa com a qual estes corpos mover-se-iam em direção aos seus respectivos lugares naturais dependeria do quão pesado fossem; algo completamente razoável de supor-se: que corpos mais pesados cairiam mais rapidamente. Por circunstância de sua adoção por parte da Igreja Católica, a visão aristotélica de mundo perdurou por toda a Idade Média. Tal tese, entretanto, foi contestada durante o renascimento pelo polímata florentino Galileu Galilei.

Em um experimento mental, resumiremos como Galileu demonstrou uma contradição em tal pensamento. Nele, despreza-se a resistência do ar e estipulam-se dois corpos massivos, A e B, livres de interação e em queda livre. Por hipótese de contradição, assumamos que a proporção das acelerações seja a mesma proporção das massas. Suponhamos, então, que tivesse o corpo A duas unidades de massa e o corpo B, uma; logo, cairia o corpo A com duas unidades de aceleração e o corpo B, com uma. Entretanto, algo razoável de questionarmos seria da aceleração de ambos os corpos fossem conectados, por exemplo, por uma corda. E já que ambos os pesos só tornar-se-iam um caso houvesse tensão na corda, temos que:

- a) Em primeira instância, a relação entre a aceleração de ambas seria 2:1, até que, em decorrência de uma aceleração relativa não-nula, surgisse uma tensão no fio;
- b) A tensão faria ambos caírem à mesma taxa de forma imediata. Entretanto, a aceleração relativa se anularia, fazendo com que a tensão voltasse a se anular.

Temos, então, que o pensamento aristotélico é paradoxal. Assim, todos os corpos precisam cair à mesma taxa, sem qualquer indicação de natureza própria.

Figura 1: O experimento de Galileu Galilei remete, supostamente, a um experimento que teria sido feito com dois pesos diferentes do topo da torre de Pisa, com o qual teria sido demonstrado que corpos de massas diferentes caem com igual taxa.



Fonte: (int.) Experiência de Galileu. Link:
http://penta3.ufrgs.br/fisica/QuedaCorpos/experincia_de_galileu.html

As ideias de Galileu Galilei vão encontrar maior rigor e potência matemáticas com o trabalho do físico e filósofo inglês Isaac Newton. A mecânica newtoniana parte dos seguintes axiomas:

- 1) Os axiomas da geometria de Euclides são válidos em todo o Universo;
- 2) Os conceitos de tempo - absoluto e universal -, espaço – absoluto, em oposição à sua contraparte relativa - e massa - quantidade de inércia de um corpo - são definidos;
- 3) Movimentos uniformes tendem a se conservarem;
- 4) A força é proporcional à aceleração que impõe, que é inversamente proporcional à inércia do corpo paciente;
- 5) Toda ação tem uma reação de módulo e direção iguais e sentido oposto.

Como consequência final da sistematização newtoniana, temos a lei da gravitação universal, que nos diz que a força gravitacional - universal e instantânea - é ação de um corpo sobre outro e é proporcional à massa de cada um e ao inverso do quadrado da distância entre ambos.

Com a publicação de seu “Principia Mathematica Philosophiae Naturalis”, Newton deu início a uma “era de ouro” na física; o senso geral era de otimismo e suas previsões eram amplamente reconhecidas pela excelente precisão. Numa delas, dado o conhecido movimento de rotação da Terra, previu que a força centrípeta imporia um achatamento sobre os polos que a tornaria um esferóide oblato de elipticidade de $\sim 1/230$ – estando pouco distante da realidade, já que a elipticidade terrestre é aproximadamente $1/298$. Ao explorador que confirmara experimentalmente a previsão de Newton, Voltaire escreveu:

*“Vous avez confirmé dans des lieux pleins d’ennui
Ce que Newton connut sans sortir de chez lui”.*

A formulação newtoniana, entretanto, apresentava sérios problemas.

2. As falhas

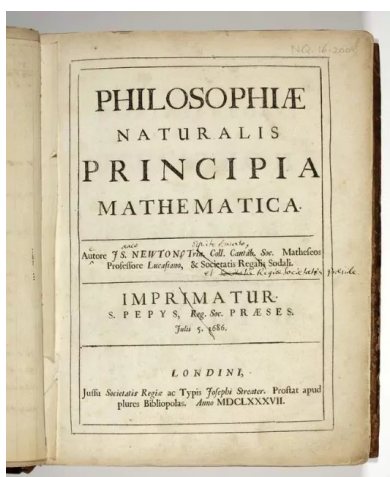


Figura 2: *Principia Mathematica Philosophiæ Naturalis*, ou “princípios matemáticos da filosofia natural”, frequentemente chamado de “o primeiro livro de física do mundo”, foi primeiro publicado em 1687, Londres, sob patrocínio do astrônomo Edmund Halley. Newton, inicialmente indiposto à ideia de publicar seu trabalho por conta de sua personalidade introvertida e tímida, foi convencido pelo mesmo a assim o fazer.

Fonte: (int.) Wren Display: Principia Mathematica. Link: <https://www.trin.cam.ac.uk/news/principia-mathematica/>

O primeiro deles vem da suposta natureza do fenômeno “gravidade”. A formulação anterior nos diz que a força gravitacional é uma “ação”, assim sendo, de um corpo. Assim, somos defrontados com um conceito pouco claro sobre o qual, pragmaticamente, escolhera Newton não se debruçar em seu desenvolvimento matemático: o das forças “fantasmas” e invisíveis que atuam à distância.

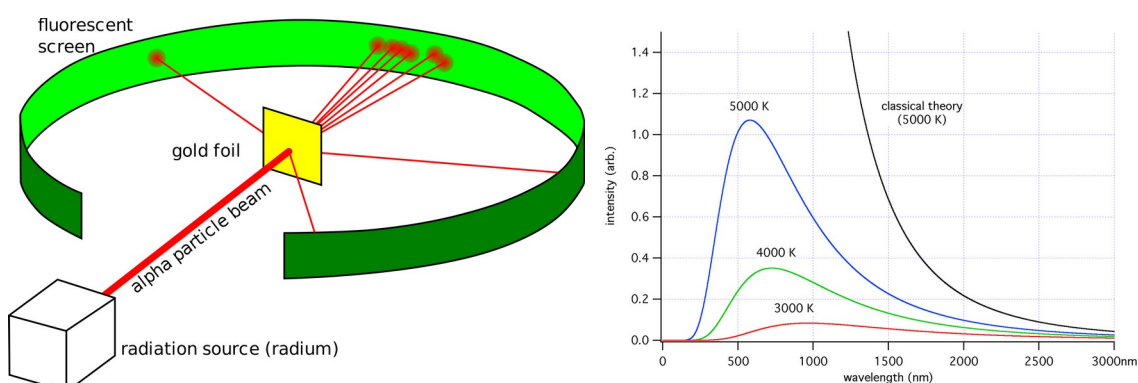
A fim de estabelecer um paralelo, vale destacar que o mesmo problema havia sido enfrentado por outra teoria: o eletromagnetismo. A solução empregada por James C. Maxwell, físico escocês do século XIX, fora a de estipular campos vetoriais de existência independente de sua contraparte material, as cargas, e que mediariam a interação entre as mesmas e se regulariam através de quatro equações bem definidas, chamadas equações de Maxwell:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \ , \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \ , \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \ , \\ \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \ .\end{aligned}$$

Entretanto, a aplicação de um método equivalente para a gravitação revela-se conceitualmente “catastrófica”. Ao realizarmos um processo análogo, obtém-se o vetor

campo gravitacional, que coincide com o vetor aceleração da gravidade. Se estabelecermos, de forma pragmática, a compreensão do movimento dos corpos como nosso fim último, tal descoberta renderia de pouca utilidade a passagem do vetor campo ao vetor força, o que revelaria uma estranha diferença entre a gravidade e o eletromagnetismo; Logo, somos levados a questionar: que fato poderia justificar a independência da aceleração imposta pela gravidade a um corpo da inércia do mesmo?

A física clássica, bastasse não providenciar explicações para tais fatos, encontrava-se em grandes dificuldades nos seus demais campos. O modelo atômico de Rutherford – extremamente bem-sucedido e partido de premissas condizentes com experimentos – sofria de uma falha crassa: a perda de energia espontânea por parte de cargas aceleradas ao redor do núcleo tornaria a existência de átomos impossível. A ideia de tempo e espaço absolutos, que levavam naturalmente à lei de adição de velocidades, entrava em choque com as equações de Maxwell, que nos apontava, por meio de uma solução particular, a luz ser uma radiação eletromagnética propagada com velocidade constante, sem considerar qualquer coisa quanto a observadores quaisquer. O “quanta” de energia, utilizado por Max Planck como um “artifício matemático” na solução da “catástrofe da ultravioleta” aparecia cada vez mais em lugares completamente inesperados. Seria necessário, então, reformar noções antes completamente triviais.



Figuras 3 (esquerda) e 4 (direita): (esq.) O experimento de Rutherford consistia em disparar partículas alfa contra uma fina placa de ouro. Se o modelo atômico prévio estivesse correto, todo o feixe deveria seguir adiante. Entretanto, uma quantidade considerável de partículas alfa era refletida, o que poderia ser explicado pelo modelo de Rutherford, que consistia em um núcleo denso e positivamente carregado com uma eletrosfera negativa girando em volta. (dir.) A catástrofe do ultravioleta derivava-se de uma previsão falha da teoria clássica na qual a intensidade de ondas eletromagnéticas que partissem de corpos negros deveriam tender ao infinito conforme o comprimento de onda tendesse ao zero.

Fontes: (esq.) (int.) Experimental evidence for the structure of Atoms. Link:

<http://large.stanford.edu/courses/2017/ph241/sivulka2/>

(dir.) (int.) Wikipedia, Catástrofe do Ultravioleta Link:

Domínio público, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1790608>

3. O “re-renascimento” da física

Os conflitos apresentados internos à física clássica foram resolvidos com a adoção de duas novas formas de compreender o mundo: uma por meio da mecânica quântica e a outra por meio da relatividade restrita. Convém pois, destacar que a linha geral da proposta de cada uma pode ser enunciada das seguintes formas:

a) No caso da mecânica quântica, a natureza não é contínua em todos os aspectos, assumindo um caráter discreto em diversas situações, e a certeza quanto ao momento de uma partícula prejudica nossa certeza quanto à posição, e vice-versa. Assim, a noção de partículas bem localizadas e com momento conhecido é substituída pela noção de função de onda; o quadrado do módulo da mesma nos dá a probabilidade de se encontrar uma partícula em tal localidade, com uma região sendo facilmente incluída através de uma integral de superfície ou volume. Dentre os envolvidos no seu desenvolvimento, podemos citar: Werner Heisenberg, físico teórico alemão, Erwin Schrödinger, físico teórico austríaco, Paul Dirac, físico teórico britânico, Louis de Broglie, físico francês, Max Planck, físico teórico alemão, Niels Bohr, físico dinamarquês, Wolfgang Pauli, físico austríaco, Linus Pauling, físico-químico teórico americano, dentre outros;

$$\Delta t \Delta E \geq \frac{\hbar}{2} \quad \Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 ds = 1$$

b) No caso da relatividade restrita, a luz tem a mesma velocidade para todos os observadores inerciais. Ao mesmo tempo, distâncias em um certo “diagrama de Minkowski” precisam conservar-se. Assim, espaço e tempo precisam ser uma coisa só, e quaisquer considerações quanto a ambas necessita remeter ao referencial inercial do qual se fala. A noção de fatias de tempo nos quais eventos tomam lugar e são simultâneos vão ser substituídos pela noção de cones de luz. O que dir-se-á no geral, portanto, é que todos possuem igual direito sobre suas próprias versões da realidade. O seu principal proponente fora Albert Einstein, físico suíço-americano nascido na Alemanha.

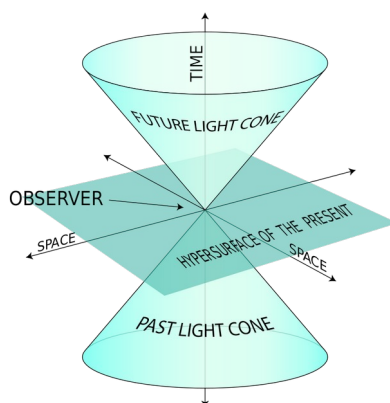
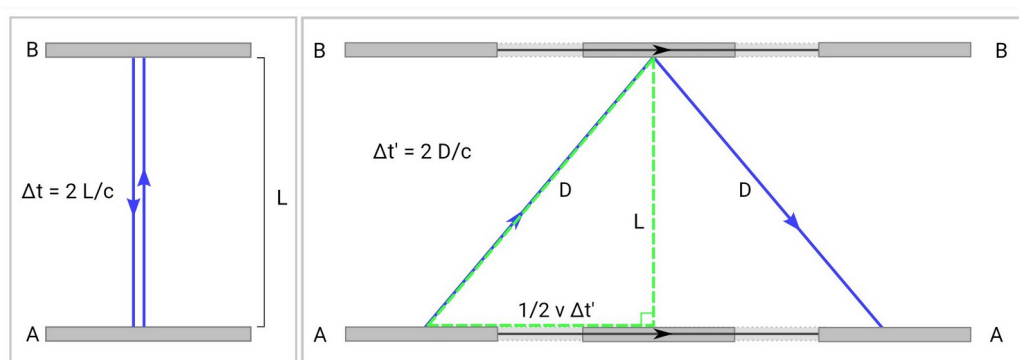


Figura 5: A noção de fatias bem definidas, o que possibilitaria simultaneidade universal, vai ser substituída pela noção de cones de luz, de tal forma que não mais haverá tal coisa como simultaneidade absoluta.

Fonte: By SVG version: K. Aainsqatsi at en.wikipediaOriginal PNG version: Stib at en.wikipedia - Transferred from en.wikipedia to Commons.(Original text: self-made), CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2210907>

A relatividade restrita também lança luz sobre a obscura e “mística” natureza daquilo que havíamos nomeado de “massa”. Por fins de simplicidade, começaremos deduzindo a métrica que define o espaço-tempo de Minkowski e, depois, estabeleceremos uma analogia indutiva que resultará em uma equação inusitada da qual esperamos extrair uma indicação do que é massa. As novas formas que precisarão assumir a definição de energia e momento serão citadas de passagem, sem mais delongas.

Figura 6. Fonte: <https://physics.stackexchange.com/questions/357965/light-clock-with-mirrors-on-a-moving-train>



Qualquer consideração que fizéssemos utilizando o conceito de tempo em si não carregaria sentido físico algum sem uma unidade de medida que definíssemos arbitrariamente. Consideramos como dada quantidade de tempo a repetição periódica de um mesmo processo medida em nossos segundos convencionais. Podemos então tomar como relógio um aparelho composto de dois espelhos planos paralelos com distância L entre si. Do espelho abaixo, é emitido um feixe de luz perpendicular ao primeiro, que rebate repetidas vezes de um ao outro e nós iremos definir como unidade de tempo arbitrária o período que o feixe toma para, partindo da placa inferior, refletir na superior e novamente encontrar-se com a primeira. Sendo assim, temos que:

$$\Delta t = \frac{2L}{c} ,$$

o que é verdade para um observador parado em relação ao relógio. Entretanto, caso o relógio se mova com velocidade v para longe do observador na direção da reta que una, imaginariamente, a ambos, notar-se-ia que a luz precisa percorrer uma distância maior, de tal sorte que se torna o intervalo de tempo:

$$\Delta t' = \frac{\sqrt{L^2 + \frac{v^2 \Delta t^2}{4}}}{c} .$$

Distribuindo os termos, utilizando a expressão anterior e generalizando, chegamos a uma equação que, com o auxílio do teorema de Pitágoras, poderia caracterizar, e assim o fará, o elemento de linha em um hiperespaço que possuísse como um dos eixos um eixo imaginário, que nomearemos de “espaço-tempo de Minkowski”:

$$c^2 \Delta t'^2 - v^2 \Delta t'^2 = c^2 \Delta t^2 \quad ,$$

$$v \Delta t = \Delta x \quad ,$$

$$c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2 = c^2 \Delta t^2 \quad .$$

$$\Delta x^2 \rightarrow \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$$

$$\Delta x \rightarrow 0$$

$$\Delta t \rightarrow 0$$

$$-dt'^2 + dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 = ds^2 \quad ,$$

$$c=1$$

sendo “ds” a invariante de Minkowski, que caracteriza as distâncias nesse espaço-tempo. Convém, pois, reescrever a relação acima na forma vetorial:

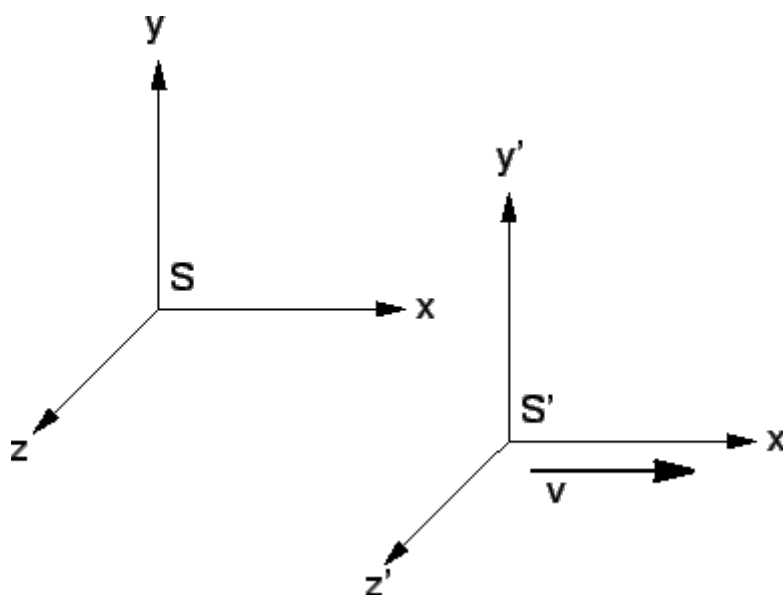
$$\vec{v} = \begin{bmatrix} dt \\ dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad ,$$

$$ds^2 = \vec{v}^t g \vec{v}$$

na qual “g” é a métrica que caracteriza o espaço-tempo de Minkowski.

As transformações galileanas relacionavam as coordenadas de um referencial ao outro pelas equações:

Figura 7. Fonte: http://psi.phys.wits.ac.za/teaching/Connell/phys284/2005/lecture-01/lecture_01/node5.html



$$\begin{aligned}x - vt &= x' \\ t &= t'\end{aligned}$$

Já aqui, assumiremos que as transformações de um referencial ao outro vão se dar pela aplicação de uma matriz lambda sobre o vetor v. Assumindo a conservação da métrica de Minkowski, temos:

$$\begin{aligned}\vec{v}^t \eta \vec{v} &= \vec{v}'^t \eta \vec{v}' = \vec{v}^t \Lambda^t \eta \Lambda \vec{v} \\ \Lambda^t \Lambda &= 1\end{aligned}$$

O que é comum à matriz de forma:

$$\begin{bmatrix} \text{sen } \theta & \text{cos } \theta & 0 & 0 \\ \text{cos } \theta & \text{sen } \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Tal redefinição naturalmente conduziria a uma nova definição de energia e momento:

$$\begin{aligned}E &= \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2}}, p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2}} \\ \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2}} &= m\end{aligned}$$

Com “m₀” sendo a massa de repouso, e “m” a massa relativística. Tudo nos indica que, em nossa nova teoria, nenhum corpo pode mover-se mais rapidamente que a luz.

Poder-se-ia, de forma meramente lúdica, estabelecer uma relação entre essas novas definições de energia e momento de forma análoga à invariante de Minkowski. A relação, se computada, dar-nos-ia, surpreendentemente:

$$E^2 - p^2 = m^2$$

O que é inédito em nosso desenvolvimento conceitual. Pela primeira vez, somos capazes de concluir a verdadeira natureza da massa: massa é energia na forma de inércia.

Apesar de tamanho sucesso em confirmarem-se experimentalmente, ambas as teorias continuavam profundamente limitadas. A relatividade restrita entrava em conflito direto com o conceito de gravitação universal, já que nada poderia se transmitir mais rapidamente que a luz. A mecânica quântica, por sua vez, só era compatível com a relatividade de Einstein e o magnetismo por meio de aproximações limitadas. Era necessário um maior aprimoramento conceitual para dar conta de todos os fenômenos em questão. Este aprimoramento se deu com a teoria quântica de campos e com a relatividade geral.

4. Modelagens mais sofisticadas:

Em primeira análise, convém destacar dois experimentos mentais muitíssimo úteis para fornecer uma intuição no que diz respeito ao raciocínio indutivo da relatividade geral, e o primeiro deles é estabelecido da seguinte forma: imaginam-se dois corredores de mesma velocidade, André e Bruno, que começam da linha do Equador uma corrida em direção ao Polo Norte. O comprimento que dista entre André e Bruno é medido, inicialmente, em dois metros. Falhassem em considerar o formato esférico da Terra, pensariam ser constante no tempo a distância entre os mesmos. Entretanto, conforme se aproximassem do ponto final, verificariam o contrário, pois a distância reduzir-se-ia gradativamente a zero. Assim, uma consideração do problema na perspectiva local teria de supor a existência de uma força de natureza “fantasma” que aproximássem-nos. Entretanto, não há dúvidas de que a abordagem mais adequada e completa do problema precisaria considerar a curvatura da superfície terrestre.

Por conseguinte, o outro experimento mental é dado da seguinte forma: uma enorme caixa que possui dentro de si duas esferas maciças de bilhar cai em queda livre de uma dada altura a partir da superfície terrestre. De forma análoga ao experimento mental anterior, incluíamos ao interior da caixa um observador. De igual forma para as esferas de bilhar, sobre a pessoa seria imposta uma força de inércia, que, contrabalanceando a força gravitacional, traria a sensação de ausência de gravidade. No espírito da relatividade restrita, assumiremos que esta pessoa tenha o direito de, nestes termos, protestar. Se acompanhássemos a queda da caixa da perspectiva de alguém que se situasse parado na superfície terrestre, notaríamos que, por conta da esfericidade da Terra, deveria haver sobre as esferas de bilhar uma componente da força gravitacional paralela ao chão da caixa. Entretanto, alheio à curvatura da Terra por conveniência epistemológica a nós, o observador no interior da caixa, vendo as esferas maciças de bilhar *gravitarem* uma em direção à outra, suporia a existência de uma força, de natureza “fantasma”.

Em suma, os experimentos mentais citados acima nos induziriam a supor que, talvez, o fenômeno da gravidade expresso como uma força não passe de um grande equívoco por conta de uma consideração meramente local, que falha em tomar em conta a curvatura do hiperespaço no qual vivemos. Então, o espaço-tempo precisaria se curvar com a presença de energia, e todos os corpos, por já não mais falarmos de forças, simplesmente seguem a trajetória mais curta possível (uma geodésica). Em conformidade com os resultados de Galileu, tudo seria desviado pela curvatura do espaço-tempo à mesma taxa.

Faz-se necessário, pois, duas equações. Uma que rege a resposta dos corpos à presença de um espaço-tempo curvo,

$$\frac{d^2 x^\alpha}{d \lambda^2} = \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \frac{d x^\beta}{d \lambda} \frac{d x^\gamma}{d \lambda} ,$$

e outra que nos diga como se curva o espaço-tempo em resposta à presença de corpos massivos,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} ,$$

que vão incluir nossas considerações relativísticas anteriores, corrigindo o conflito entre a relatividade de Einstein e a gravitação.



Figura 8: A teoria da relatividade geral prevê o desvio de feixes de luz de suas trajetórias retílineas.

Fonte: (int.) The General Relativity and Light. Link: http://light.physics.auth.gr/history/gtr/gtr_light_en.html

Resta, então, a verificação experimental. De acordo com nossa hipótese, seria possível verificar um desvio na trajetória de feixes luminosos por ação da gravidade. Por exemplo, estrelas localizadas, para um observador terrestre, em dada posição no céu de tal forma a ser ocultada por um corpo massivo poderiam ter seus feixes desviados de tal forma a aparecerem em outra posição. A propósito de verificar tal constatação, propôs-se realizar as medições com estrelas ocultadas pelo Sol durante um eclipse - para que a luminosidade do mesmo não ocultasse as demais estrelas. Finalmente, a primeira tentativa bem-sucedida veio do astrofísico inglês Arthur Eddington e sua equipe, em 1919, através de um eclipse que pudera ser observado da ilha de Príncipe, no arquipélago de São Tomé e Príncipe, e em Sobral, no Brasil. Apesar de certa oposição inicial quanto à precisão do experimento, seus resultados - que apontaram um desvio $1,6'' \pm 0,15''$ quando o previsto era de $1,7''$ - foram bem aceitos pela comunidade internacional e, além de elevar a hipótese da relatividade de Einstein à teoria, tornou o mesmo um ícone da cultura pop mundial. Quando questionado, no mesmo ano, se era verdadeiro o boato de que, no mundo todo, haviam somente três pessoas capazes de compreender a teoria da relatividade geral, Eddington teria respondido:

"Oh, who is the third?"

Em segunda análise, temos a teoria quântica de campos. Por vezes, assim como a Relatividade Geral, suas constatações são impenetráveis ao público leigo pela exigida maturidade matemática. Entretanto, a ideia é mais ou menos a mesma daquela da

mecânica quântica. Enquanto dela falávamos, servimo-nos, basicamente, das leis e princípios que regem o que exatamente é um estado, que graus de liberdade o definem, o quanto posso dele conhecer, e etc. A teoria quântica de campos é um sistema que opera dentro dos princípios da mecânica quântica, generalizando-os para campos vetoriais; essa generalização permite a incorporação do magnetismo, da relatividade restrita e, além disso, de espaços-tempos curvos.

Sendo tão bem-sucedida experimentalmente quanto a relatividade geral, falha, entretanto, quando aplicada em hiperespaços demasiadamente curvos, perdendo neles acurácia e resultando em absurdos, de tal sorte que a correção de tais problemas necessitaria de uma teoria de gravitação quântica. Entretanto, tal conciliação entre a visão da relatividade geral e da teoria quântica de campos revela-se extremamente impraticável pela diferença na natureza do tratamento de interações. Apresentamos, pois, uma visão geral do processo.

Em suma, uma teoria clássica pode ser transformada numa teoria quântica por meio de um processo conhecido chamado “quantização”; há diversas maneiras de realizar uma quantização; uma delas, por exemplo, envolve impor que o operador-momento e o operador-posição “comutem” de uma certa forma (basicamente, a ideia é impor uma propriedade por meio de uma equação). Entretanto, quase sempre esses resultados vão ser acompanhados de infinitos, que tendemos a eliminar por meio de outro processo chamado de “renormalização”. Porém, uma renormalização no caso da gravidade revela-se completamente infrutífera. Conforme dissemos, a forma como cada teoria trata ou trataria a gravidade é consideravelmente singular; enquanto uma a apresenta como uma consequência da curvatura do espaço-tempo, a outra apresenta a mesma mediada por partículas; uma tentativa de conciliar estas visões tende a levar a um caminho de paradoxos aparentemente insolúveis.

5. Efeito Unruh e Radiação Hawking

Nossa estrela, que fica a cento e cinquenta milhões de quilômetros de nós, possui um diâmetro cento e nove vezes maior, além de trezentas e trinta e duas mil e novecentas vezes mais massa que a Terra, acaba, para todos os fins, sendo o melhor exemplo de corpo massivo próximo. Agora, diferentemente da visão newtoniana, sabemos que, se permanecemos presos em órbitas em torno do Sol, assim o é por conta da curvatura que este cria no espaço-tempo. Já não era, entretanto nada desafiador pensar em uma forma de tornar a gravidade do Sol mais intensa; bastaria aumentar a densidade de forma a acrescentar quantidades de massa cada vez maiores a quantidades de volume limitadas. Mas, por exemplo, poderíamos nos perguntar do que ocorreria se reduzíssemos cada vez mais o volume. Se as mudanças na massa e no volume fossem suficientemente adequadas, a resposta seria uma singularidade no espaço-tempo, que não possui nenhuma contraparte newtoniana. Ao seu redor, numa região cujos limites conhecemos por horizonte de eventos, a gravidade é tamanha que sequer a luz consegue escapar; chamamos-lhe “buraco negro”. Convém, pois, analisar seu processo de formação natural.

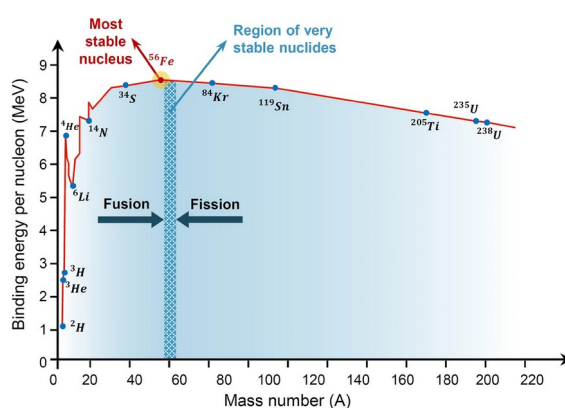
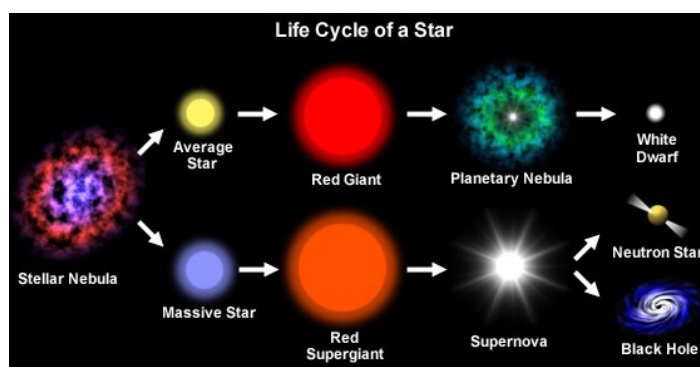


Figura 9 (cima) e 10 (baixo): (cima) A imagem apresenta uma ilustração do ciclo de vida de estrelas. (baixo) O gráfico apresenta a energia de ligação por núcleon ao longo de valores de massa crescentes. Como apresentado, a fusão só rende núcleos mais estáveis até o ferro-56, a partir do qual só há produção energética por meio de processos de fissão nuclear.

Fontes: (cima) (int.) Life Cycle of a Star. Link:

<https://www.schoolsobservatory.org/learn/astro/stars/cycle>

(baixo) (int.) The fusion-fission optimization (FuFiO) algorithm. Link:

<https://www.nature.com/articles/s41598-022-16498-4>

A produção energética estelar se dá através de reações de fusão nuclear (processo que libera energia através da fusão de núcleos leves em outros mais pesados, que vão se acumulando e sendo reutilizados na própria fusão); o excedente energético contribui em contrabalancear a pressão gravitacional, cuja tendência é de fazer todas as estrelas colapsarem. Na juventude, as estrelas produzem hélio e grande excedente de energia, fazendo com que se expandam drasticamente. Mas, como há cada vez mais subprodutos pesados, aumenta assim também a pressão gravitacional e diminui-se o excedente de energia dessas reações. Dado tempo suficiente, nas estrelas restarão núcleos de ferro, com os quais reações de fusão passam a não render excedente energético – pelo contrário, passam a consumir energia. Desse ponto em diante, a pressão gravitacional excede consideravelmente a pressão interna dos gases, e reduzirá violentamente o tamanho da estrela. Se não for suficientemente massiva, tornar-se-á uma estrela de nêutrons. Se for, tornar-se-á um buraco negro.

Convém, pois, questionar da perenidade dos buracos negros, dentro dos quais poder-se-ia, para sempre, perder informação. Visando simplicidade, começaremos com uma introdução do conceito de efeito Unruh, que permitirá uma importante distinção entre o vácuo de um referencial inercial daquele de um referencial não-inercial (acelerado); passaremos então para uma aplicação imediata do mesmo em um horizonte de evento.

Apesar de ser extensa a dedução rigorosa das ideias citadas, convém sumarizar o processo. Em primeira análise, basicamente, há duas formas de interpretar as coisas no mundo da mecânica quântica: a primeira é a visão de Schrödinger, na qual consideramos a evolução unitária do vetor-estado no espaço de Hilbert (ou seja, o estado muda ao longo do tempo), que nos dá a equação de Schrödinger:

$$i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi$$

a segunda é a visão de Heisenberg, na qual forçamos os estados a serem constantes no tempo e levamos em conta mudanças no tempo dos observáveis. Sob esse viés, será extremamente útil apresentar um processo de “tradução” de um ponto de vista ao outro. Para fazê-lo, introduziremos dois operadores: o operador de criação e o operador de aniquilação (também chamados de operador “raising” e operador “lowering”); definidos como

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2\omega}} (\omega x^{(op)} + i p^{(op)}) \quad ,$$

$$\hat{a}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2\omega}} (\omega x^{(op)} - i p^{(op)}) \quad ,$$

tal que:

$$x^{(op)} = \frac{1}{\sqrt{2}\omega} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) ,$$

$$p^{(op)} = -i\sqrt{\frac{\omega}{2}} (\hat{a} - \hat{a}^\dagger) ,$$

$$[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1 .$$

O que nos dá uma expressão para a Hamiltoniana,

$$\hat{H} = (\hat{a}\hat{a}^\dagger + \frac{1}{2})\omega .$$

Como os autovalores de energia de Schrödinger são

$$E_n = (n + \frac{1}{2})\omega ,$$

sentimo-nos inspirados em definir:

$$n = \hat{a}^\dagger \hat{a} ,$$

que nos diz a quantidade de excitações no vácuo, ou a quantidade de partículas no campo. Chegamos, então, nas expressões:

$$\begin{aligned} n^{(op)} |n\rangle &= n |n\rangle \\ n^{(op)} \hat{a}^\dagger |n\rangle &= (n+1) \hat{a}^\dagger |n\rangle . \\ n^{(op)} \hat{a} |n\rangle &= (n-1) \hat{a} |n\rangle \end{aligned}$$

Assim, surge a necessidade de um estado de vácuo, de tal forma que:

$$\hat{a}|0\rangle = 0 .$$

Logo definimos todos os outros como sendo:

$$|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} (\hat{a}^\dagger)^n |0\rangle .$$

Então, o questionamento poderia dirigir-se à sua conservabilidade em relação aos outros referenciais. Para referenciais inerciais, há. Para referenciais não-inerciais, não. Referenciais acelerados, pois, veriam o vácuo ferver de partículas. Mas se considerássemos dois referenciais com detectores de partículas, um inercial e o outro não-inercial, quem estaria “certo”? A resposta é mais simples do que parece: toda detecção envolve interagir com partículas, que envolve um certo gasto de energia; o gasto de energia do referencial não-inercial para detectar uma partícula é equivalente àquele de excitar o campo e criar uma; essa quantidade de energia vem do trabalho feito para manter o referencial não-inercial acelerado. Ou seja, o referencial inercial veria o detector não-inercial emitir partículas.

Resta saber que tipo de partículas são essas. A resposta vem da equação:

$$\begin{aligned}
\langle 0_m | n_R^{(op)}(k) | 0_m \rangle &= \langle 0_m | b_k^{(op)(1)\dagger} b_k^{(op)(1)} | 0_m \rangle \\
&= \frac{1}{2 \sinh\left(\frac{\pi \omega}{a}\right)} \langle 0_m | e^{\frac{-\pi \omega}{a}} c_k^{(op)(1)} c_{-k}^{(op)(1)\dagger} | 0_m \rangle \\
&= \frac{e^{\frac{-\pi \omega}{a}}}{2 \sinh\left(\frac{\pi \omega}{a}\right)} \delta(0) \\
&= \frac{1}{e^{\frac{2\pi \omega}{a}} - 1} \delta(0)
\end{aligned}$$

onde,

$$\delta(0) = \langle 0_m | c_k^{(op)(1)} c_{-k}^{(op)(1)\dagger} | 0_m \rangle$$

A qual, sem muitas delongas, nos limitaremos a analisar o termo esquerdo da última expressão, que nos indica um espectro de Planck de temperatura:

$$T = \frac{a}{2\pi}, G=1, \hbar=1$$

O que nos indica uma natureza térmica do vácuo e é conhecida como “efeito Unruh”. Como referenciais que caíssem dentro de um buraco negro podem ser considerados referenciais não-inerciais, podemos então considerar que há emissão de radiação térmica por parte dos mesmos. A esse fenômeno chamamos “radiação Hawking”, cujo espectro de Planck é característico daquele de temperatura:

$$T = \frac{\kappa}{2\pi}$$

Onde κ é a gravidade na superfície do buraco negro.

Outra forma de compreender o fenômeno é através da criação de pares partícula-antipartícula. Uma das consequências do princípio da incerteza de Heisenberg é que a energia do vácuo, ou seja, o estado fundamental, não necessariamente coincide com zero, o que pode ser, momentaneamente e localmente, interpretado com um par de partículas virtuais, que logo se aniquilam. A inensa gravidade do buraco negro induz a criação de pares de partículas virtuais no horizonte de eventos, o que consome energia do buraco negro, fazendo-o “evaporar”. Conforme a taxa de saída de massa excedesse a taxa de entrada, o buraco negro iria encolher até desaparecer completamente.

Por fim, resta um retorno à pergunta: o que acontece com a informação que estava contida dentro do buraco negro? Como a radiação Hawking foi caracterizada como calor, não haveria possibilidade da informação ter, com ela, escapado. Dessa forma, apresentamos também o paradoxo da perda de informação, no qual esta, aparentemente, desaparece. Há muitas propostas de como esta informação poderia ser conservada; uma delas sugere que a informação escape de alguma forma com a radiação; outra, desenvolvida a partir da teoria das cordas, sugere que, ao evaporar completamente, restasse justamente algo no lugar da singularidade que remetesse à informação. Porém,

o desenvolvimento dessas hipóteses vai muito além dos objetivos deste texto. Resta-nos, pois, constatar a existência do problema, na vã esperança de atizar nossa curiosidade pelo que há além da fronteira do conhecimento humano para, quem sabe algum dia, romper a barreira do desconhecido

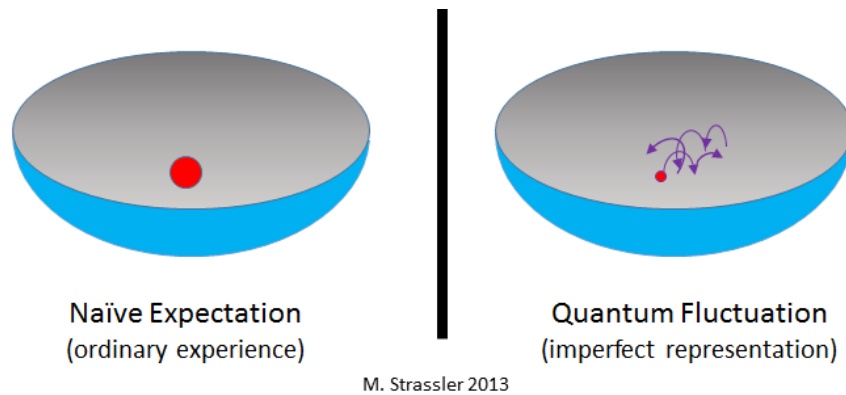


Figura 11: Uma visualização de flutuações quânticas através de uma bolinha de gude em uma bacia metálica.

Fonte: (int.) Quantum Fluctuation and Their Energy. Link: <https://profmattstrassler.com/articles-and-posts/particle-physics-basics/quantum-fluctuations-and-their-energy/>

6. Conclusão:

A partir de uma abordagem histórica do conceito de queda dos corpos, fomos capazes de alcançar, de forma natural, as ideias por trás da relatividade geral e da teoria quântica de campos; fomos, então, capazes de desenvolver, de forma breve, o conceito por trás do efeito Unruh e da radiação Hawking.

Vale destacar, entretanto, que a ideia de apresentar a radiação Hawking como um caso limite do efeito Unruh não é completamente rigorosa e, se assim o fizemos, foi pouco pelo intuito de desenvolver uma compreensão completa da matemática envolvida, e mais pelo intuito de desenvolver uma base conceitual sólida para estudos posteriores; achar soluções de ondas planas em espaços-tempos curvos para a equação de Klein-Gordon torna-se uma tarefa verdadeiramente desafiadora, e a didática exigida para esta monografia não permitiria estendermo-nos em tal.

Por fim, destaco aqui o caráter coletivo do trabalho científico. A construção de uma narrativa histórica exige que, por simplicidade, criemos a figura dos “grandes homens”; entretanto, o desenvolvimento da ciência acontece graças à curiosidade de milhões pessoas ao redor do mundo, e qualquer um pode tomar parte dele. A invenção, pois, de uma teoria quântica da gravitação dependerá estritamente das mãos dos físicos que cá estão e dos que ainda virão.



Referências

- (1) Einstein, ALBERT. A teoria da relatividade especial e geral. 1.ed. Rio de Janeiro: Contraponto, 1999.
- (2) Rovelli, CARLO. Sete breves lições de física. 1.ed. Rio de Janeiro: Objetiva, 2015.
- (3) Bodanis, DAVID. Einstein: Biografia de um gênio imperfeito. 1.ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2017.
- (4) Hawking, STEPHEN. O universo numa casca de noz. 1.ed. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2016
- (5) Nussenzveig, HERCH MOYSÉS. Curso de física básica, 1: mecânica. 5.ed. São Paulo: Blucher, 2013
- (6) Nussenzveig, HERCH MOYSÉS, Curso de física básica, 3: eletromagnetismo. 2.ed. São Paulo: Blucher, 2015
- (7) Newton, ISAAC, Sir. Principia: Princípios Matemáticos de Filosofia Natural – Livro 1. 2.ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2020
- (8) Newton, ISAAC, Sir. Principia: Princípios Matemáticos de Filosofia Natural – Livro 2. 1.ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo
- (9) CARROLL, S. M. Spacetime and geometry : an introduction to general relativity. [s.l.] Cambridge: Cambridge University Press, 2019
- (10) ARISTÓTELES. Física I-II. [s.l.] Campinas: Editora da Unicamp, 2009
- (11) MACIEL, Walter J. Introdução à estrutura e evolução estelar. [s.l.] São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1999